

# X Digitale Signalverarbeitung

## X.1 Aliasing

Allen digitalen Signalverarbeitungsmethoden ist gemeinsam, daß das Eingangssignal periodisch abgetastet und in einen digitalen Wert umgewandelt wird. Diese Abtastung mit der Frequenz  $f_0$  resultiert in einem sehr oberwellenreichen Ausgangssignal. Neben Eingangssignal und Abtastfrequenz enthält es die Differenzfrequenzen zwischen allen Grund- und Oberwellen sowohl des Eingangssignals als auch des Abtastsignals. Enthält das Eingangssignal Frequenzkomponenten oberhalb der halben Abtastfrequenz, so überlappen sich die Spektren von Eingangssignal und Ausgangssignal. Eine Frequenz im Überlappungsbereich kann nicht mehr eindeutig dem Eingangs- oder Ausgangssignal zugeordnet werden. Man nennt diese Mehrdeutigkeit "Aliasing".

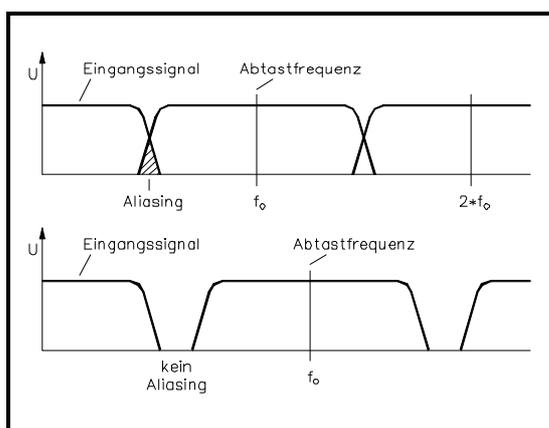


Abb. 10-1: Aliasing

Wird z.B. eine Frequenz von 4,2 kHz mit 8 kHz abgetastet, so treten im Ausgangssignal die Originalfrequenz mit 4,2 kHz und das Mischprodukt mit  $8 \text{ kHz} - 4,2 \text{ kHz} = 3,8 \text{ kHz}$  auf. Die Frequenz von 3,8 kHz könnte ebenso eine Originalfrequenz sein und ist da-

von nicht unterscheidbar. In der Praxis äußert sich das Aliasing in Verzerrungen und Störfrequenzen bei der Übertragung bzw. Weiterverarbeitung.

Hierzu sagt das Sampling-Theorem (Abtast-Theorem) aus, daß das Eingangssignal nur dann fehlerfrei rekonstruiert werden kann, wenn die Abtastfrequenz mehr als doppelt so hoch ist, wie die höchste Frequenzkomponente im Frequenzgemisch. Im Signal nach der Abtastung gehören dann alle Frequenzen unterhalb der halben Abtastfrequenz zum Eingangssignal und alle höheren Frequenzen sind Mischprodukte. Damit ist eine eindeutige Zuordnung möglich.

Kann man die Abtastfrequenz nicht hoch genug legen oder ist ihr Wert vorgegeben, so muß man die Bandbreite des Eingangssignal mittels eines Tiefpaßfilters begrenzen. In der modernen Elektronik werden viele Tiefpaßfilter als Antialiasing Filter eingesetzt. In obigem Beispiel könnte ein Tiefpaßfilter mit einer Grenzfrequenz von 3,3 kHz Abhilfe bringen, da es Frequenzen über 4 kHz ausreichend abschwächt.

Auch nach dem korrekten Erfassen einer Wellenform ist Aufmerksamkeit geboten. So darf man auf keinen Fall die Zahl der Amplitudenwerte dadurch halbieren, daß man jeden 2. Wert wegläßt. Das entspräche einer Halbierung der Abtastfrequenz bei der Erfassung, wodurch möglicherweise das Sampling-Theorem verletzt wird.

Will man Meßwerte weglassen, so muß man zuvor eine digitale Tiefpaßfilterung mit passender Grenzfrequenz durchführen, eine sogenannte Dezimation. Ihre Grenzfrequenz muß so niedrig liegen, daß die übrigbleibenden Amplitudenwerte dem Sampling Theorem genügen. Soll die Impulsform erhalten bleiben, so muß das Dezimationsfilter Bessel-Charakteristik haben.

Diese Problematik tritt bei der Darstellung von Werten auf einem Bildschirm auf, beispielsweise in digitalen Speicheroszillografen mit begrenzter Bildschirm Auflösung.

## X.2 SC-Filter

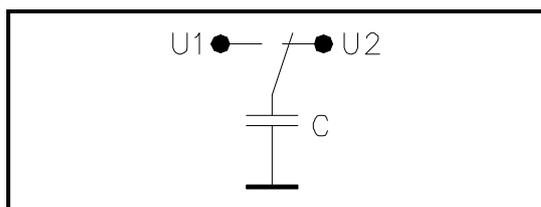


Abb. 10-2: SC "Widerstand"

In SC-Filtern (SC = switched capacitor) werden die frequenzbestimmenden Widerstände durch je einen periodisch betätigten Schalter und einen Kondensator ersetzt. Mit diesen "Widerständen" und Kondensatoren sind SC-Filter als völlig normale Filter mit Bessel, Butterworth, etc. Charakteristik aufgebaut.

Im Betrieb des Filters legt der Umschalter mit der Frequenz  $f$  den Kon-

densator abwechselnd an  $U_1$  und  $U_2$ . Bei jedem Umschaltvorgang wird hier die Ladung  $Q = C \cdot (U_1 - U_2)$  übertragen. Beim Schalten mit der Frequenz  $f$  wird pro Sekunde die Ladung  $f \cdot Q$  übertragen, was gleichbedeutend ist mit einem Strom  $I = f \cdot C \cdot (U_1 - U_2)$ . Wendet man das ohmsche Gesetz an, so erhält man für den "Widerstand":

$$R = \frac{U}{I} = \frac{U_1 - U_2}{f \cdot C \cdot (U_1 - U_2)} = \frac{1}{f \cdot C}$$

Der Vorteil dieser Art von Widerständen liegt darin, daß sich Kondensatoren auf einem IC mit engen Toleranzen und guter Temperaturkonstanz herstellen lassen und daß man durch Wahl der Schaltfrequenz alle Widerstände gleichsinnig verändern kann. Diese Möglichkeit der Frequenzabstimmung mittels der Umschaltfrequenz harmonisiert hervorragend mit digitalen Systemen. SC-Filter werden sehr häufig als Antialiasing Tiefpässe eingesetzt. Ihre Schaltfrequenz liegt mit dem Faktor 50 oder 100 so weit über der maximalen Durchlaßfrequenz, so daß ein einfacher RC-Tiefpaß als Antialiasing-Filter für das SC-Filter selbst völlig ausreicht.

Ein Nachteil der SC-Filter soll nicht verschwiegen werden: Das Umschalten der vielen Schalter erzeugt einen gewissen "Störnebel", der den Signal-Rauschabstand beeinträchtigt.

### X.3 Phase Locked Loops

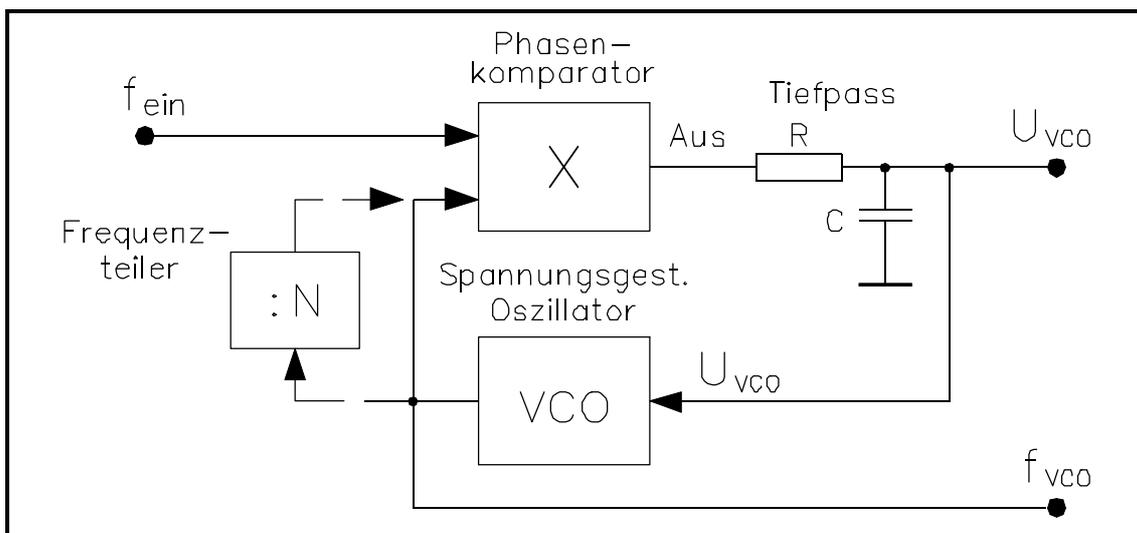


Abb. 10-3: Blockschaltbild einer Phase Locked Loop

#### a) Funktionsweise

Eine Phase Locked Loop (PLL) besteht aus den 3 Funktionsblöcken:

- VCO Spannungsgesteuerter Oszillator (VCO = Voltage Controlled Oscillator)
- Phasenkomparator
- Tiefpaßfilter

Im Betrieb schwingt der VCO mit der Frequenz des Eingangssignals. Der Phasenkomparator wandelt Abweichungen der Phasenlage in eine Spannungsänderung um, die im Tiefpaßfilter von hohen Frequenzen befreit wird und den VCO korrigiert. Diese Regelschleife läßt das Ausgangssignal des VCO jeder Änderung der Frequenz und Phasenlage des Eingangssignals folgen.

Man unterscheidet bei einer PLL den Haltebereich, in dem der VCO der Frequenz des Eingangssignals folgen kann und den Fangbereich, in dem der anfänglich nicht synchron schwingende VCO auf das Eingangssignal einrastet. Der Haltebereich wird durch den Frequenzbereich des VCO festgelegt, das Einfangverhalten hängt vom verwendeten Phasenkomparator und der Grenzfrequenz des Tiefpaßfilters ab.

Das Nachführen der VCO-Frequenz ist ein Regelvorgang, dessen unter-schwellige Spannungsschwankungen den VCO frequenzmodulieren. Diese Modulation äußert sich als "Seitenbandrauschen" des VCO-Signals, das bei kritischen Anwendungen stören kann. Besserung kann ein von Haus aus sehr konstant und sauber schwingender VCO und eine sorgfältig bemessene 2-stufige PLL bringen, ansonsten muß ein anderes Verfahren zur Frequenzerzeugung gewählt werden.

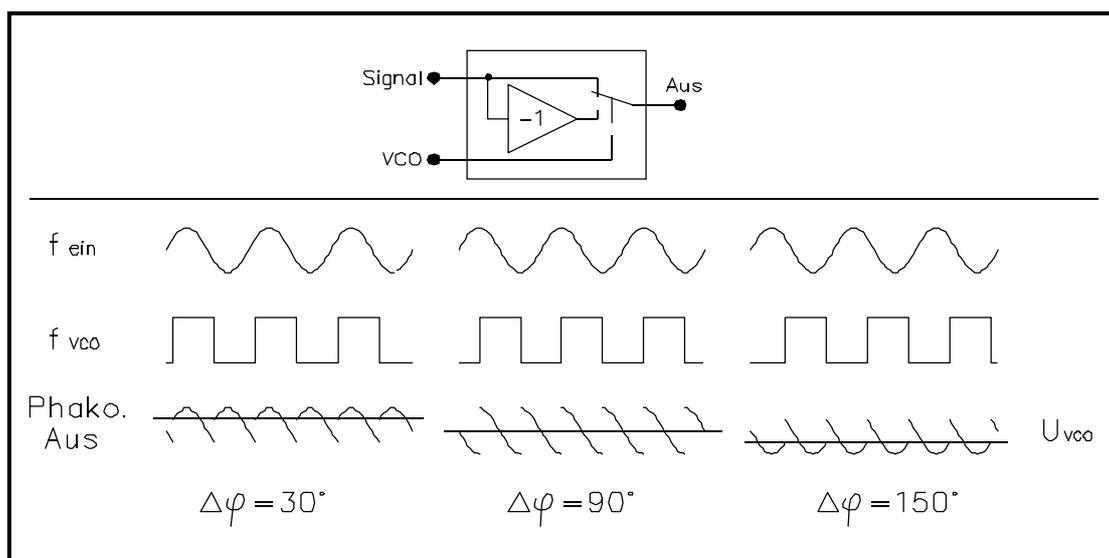


Abb. 10-4: Funktionsweise des EXOR Phasenkomparators

### b) Der EXOR Phasenkomparator

Der einfachste, aber für viele Zwecke gut geeignete Phasenkomparator ist ein EXOR-Gatter bzw. Schaltmischer. Der mittlere Gleichstrompegel seines Ausgangssignals hängt vom Phasenunterschied zwischen Eingangssignal und VCO-Signal ab. Durch diese Eigenschaft ändert sich der Phasenunterschied zwischen Eingangssignal und VCO-Signal mit der VCO-Frequenz. Regelungstechnisch verhält sich eine PLL mit EXOR-Komparator als P-Regler.

Im ausgerasteten Zustand herrscht ein großer Frequenzunterschied und der Komparator gibt am Ausgang die Summen- und Differenzfrequenz von Eingangssignal und VCO-Frequenz ab. Am Tiefpaßausgang liegt als mittlerer Gleichstrompegel die halbe Versorgungsspannung und der VCO schwingt in der Mitte seines Bereichs.

Zum Fangen (Einrasten) muß die Eingangsfrequenz der VCO-Frequenz genügend nahe kommen, so daß die Differenzfrequenz durch den Tiefpaß hindurch den VCO beeinflussen kann. Die Breite des Fangbereichs der PLL wird durch die Formel angegeben:

Fangbereich  $\approx$

$$\approx \sqrt{\text{VCO-Freq} * \text{Grenzfrq Tiefpaß}}$$

Der EXOR-Phasenkomparator arbeitet im Zeitbereich linear und macht im Zusammenwirken mit dem Tiefpaß die PLL sehr unempfindlich gegen Störimpulse. Nachteilig ist manchmal der frequenzabhängige Phasenunterschied und die Tatsache, daß die PLL auch auf ungeradzahlige Harmonische ( $3 \cdot f$ ,  $5 \cdot f$ , ..) wie auch auf Subharmonische ( $f/3$ ,  $f/5$ , ..) der Eingangsfrequenz einrasten kann.

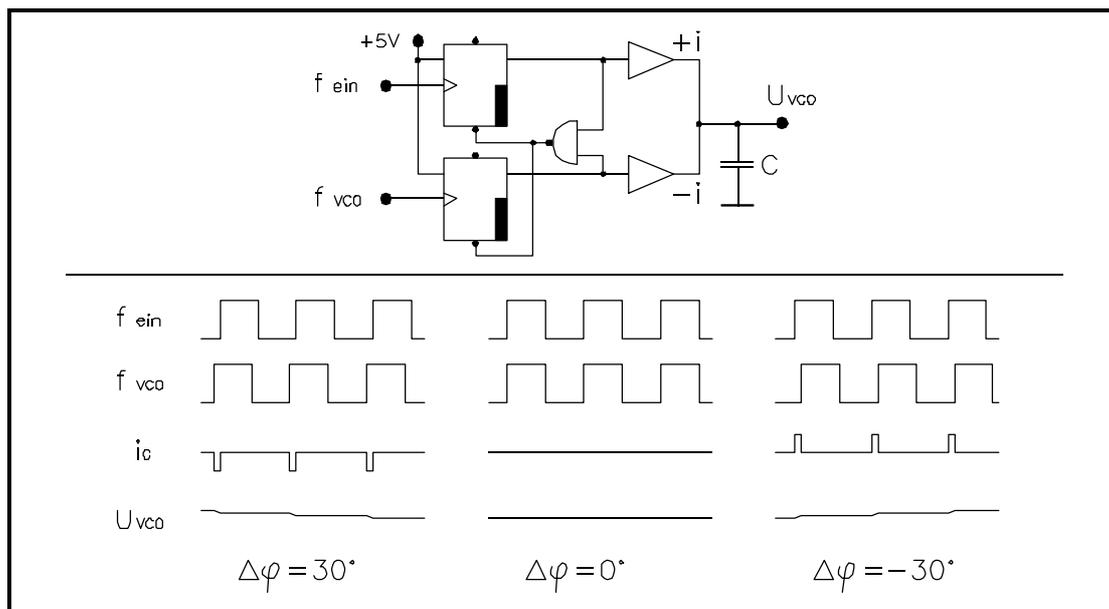


Abb. 10-5: Prinzip des digitalen Phasenkomparators

### c) Der digitale Phasenkomparator

Abb. 10-5 zeigt eine Ausführungsform für einen digitalen Phasenkomparator. Sie enthält 2 D-Flipflops, die bei jeder ansteigenden Flanke am Takteingang auf 1 gesetzt werden. Wenn beide Flipflops auf 1 stehen, schaltet das NAND-Gatter und setzt beide zurück. Jedes Flipflop schaltet im gesetzten Zustand eine der beiden Stromquellen ein, die den Kondensator laden bzw. entladen. Eilt der VCO dem Eingangssignal voraus, so wird in jeder Periode der Kondensator ein wenig entladen. Die VCO-Frequenz sinkt solange, bis die Flanken wieder genau gleichzeitig eintreffen. Der umgekehrte Vorgang spielt sich bei Vor-eilen des Eingangssignals ab. Im eingerasteten Zustand besteht daher keine Phasendifferenz zwischen Eingangssignal und dem Ausgangssignal des VCO. Eine PLL mit digitalem Phasenkomparator verhält sich als I-Regler. Sie wird manchmal als digitale PLL bezeichnet.

Im ausgerasteten Zustand wird das von der höheren Frequenz angesteu-

erte Flipflop häufiger gesetzt als das andere und die Kondensatorspannung wandert in die entsprechende Richtung. Der Phasenkomparator verhält sich als Frequenzvergleich, der bei Annäherung an die Synchronität automatisch auf Phasenvergleich übergeht. Der Einrastbereich einer PLL mit digitalem Komparator ist immer gleich groß wie der Haltebereich und das Einrasten ist nur auf der Grundwelle möglich. Eine PLL mit digitalem Komparator kann dem Eingangssignals über den vollen VCO-Frequenzbereich folgen.

Diesen Vorteilen steht der Nachteil der digitalen Arbeitsweise gegenüber. Rauschen und Störimpulse können ein Flipflop vorzeitig setzen und dadurch die VCO-Frequenz bis zum Eintreffen des nächsten regulären Impulses kräftig verschieben. Dies hat heftige Regelvorgänge zur Folge, die beim EXOR-Phasenkomparator nicht auftreten würden. In allen Anwendungen mit Signalen aus der störungsbehafteten Umwelt ist der EXOR-Komparator vorzuziehen.

#### d) Anwendungen von PLL's

##### Frequenzvervielfacher:

Wird der im Blockschaltbild (Abb. 10-3) angedeutete Frequenzteiler :N zwischen VCO und Phasenkomparator gelegt, so muß der VCO auf der N-fachen Eingangsfrequenz schwingen. Gibt man auf den Eingang der PLL eine quartz stabile Frequenz und legt zwischen VCO und anderen Eingang einen programmierbaren Frequenzteiler, so kann man durch Umschalten des Teilungsfaktors N alle ganzzahligen Vielfachen der Eingangsfrequenz erzeugen. Die Schrittweite bei der Abstimmung ist gleich der Quarzfrequenz. Sehr viele digital abstimmbare Radioempfänger und Funkgeräte verwenden Oszillatoren nach diesem Prinzip.

Im UKW-FM-Rundfunk beträgt der Kanalabstand der Sender 75 kHz, entsprechend wird die Abstimm-schrittweite festgelegt.

##### FM-Demodulation:

Bei Frequenzmodulation wird der Momentanwert des Modulationssignals in einen Momentanwert der Hochfre-

quenz umgesetzt. Der VCO folgt dieser Frequenz und seine Ansteuer-spannung ist direkt das demodulierte Signal. Bei Verwendung des EXOR-Phasenkomparators und eines richtig dimensionierten Tiefpasses kann ein PLL-Demodulator ohne jede sonstige Änderung am Empfänger das Signal-Rausch- Verhältnis um etwa 6dB gegenüber anderen Demodulations-verfahren verbessern.

##### AM- und SSB-Demodulation:

Bei Amplitudenmodulation (AM) und Einseitenbandmodulation (SSB = Single Sideband) rastet die PLL auf den Träger bzw. den Restträger ein. Die Ausgangsfrequenz des VCO steuert einen Produktdetektor (ein Schaltmischer), der das Signal demoduliert. Diese Methode verbessert stark die Demodulation schwacher AM-Signale gegenüber dem üblichen AM-Hüllkurvendemodulator mit Diodengleichrichtung. Beim SSB-Empfang wird dem Benutzer die exakte Abstimmung der Empfangsfrequenz erspart. In hochwertigen Empfängern wird diese Demodulationsmethode als "synchrones AM" bezeichnet.

**X.4 Digitale Filter**

**a) Grundprinzip**

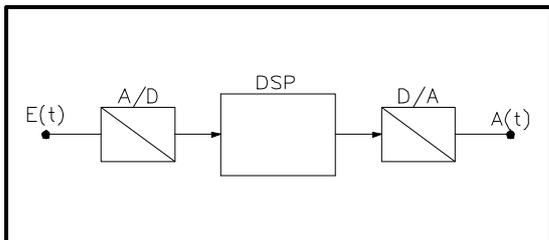


Abb. 10-8: Funktionsblöcke eines

Digitale Filter verarbeiten und erzeugen Analogsignale wie analoge Filter auch. Das Eingangssignal wird digitalisiert, von einem digitalen Signalprozessor verarbeitet und über einen D/A-Konverter als Analogsignal wieder abgegeben.

**b) Die Gewichtsfunktion**

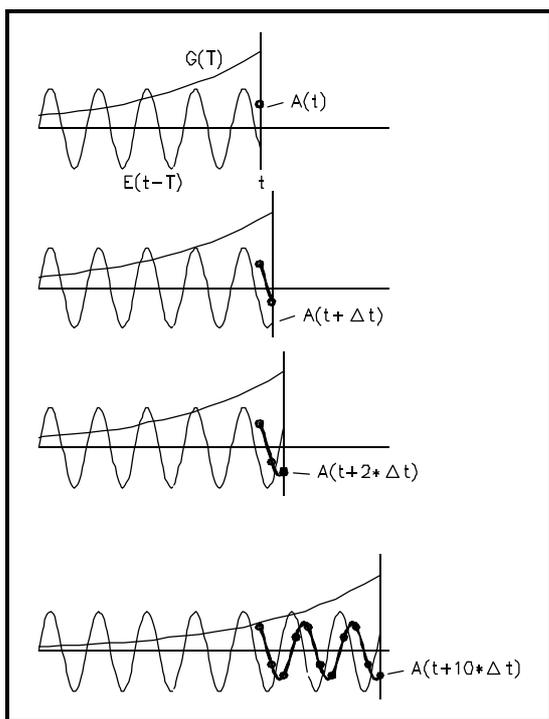


Abb. 10-6: Die Gewichtsfunktion

Im Zeitbereich lassen sich die Eigenschaften eines Filters vollständig durch seine Gewichtsfunktion  $G(\tau)$  beschreiben. Die Gewichtsfunktion beschreibt, wie stark eine Eingangsspannung in einem Zeitpunkt nach

der Zeit  $\tau$  zur Ausgangsspannung beiträgt. Das Ausgangssignal besteht aus der Überlagerung aller Eingangsspannungen der Vergangenheit. Mathematisch wird das durch die nachfolgende Formel für das Ausgangssignal  $A(t)$  beschrieben:

$$A(t) = \int_{-\infty}^t G(\tau) \cdot E(t-\tau) d\tau$$

Solch ein Integral über das Produkt aus zwei gegenläufigen Funktionen nennt man ein Faltungsintegral. Es drückt folgenden anschaulichen Sachverhalt aus: Vom momentanen Zeitpunkt aus wird zeitlich rückwärts fortschreitend das Eingangssignal  $E(t)$  punktweise mit der Gewichtsfunktion  $G(\tau)$  multipliziert. Das Integral über die Produktfunktion ergibt die augenblickliche Ausgangsspannung  $A(t)$ . Man kann sich das bildhaft so vorstellen, daß die Gewichtsfunktion  $G(\tau)$  über den vergangenen Verlauf von  $E(t)$  hinweggezogen wird und man dabei laufend das Integral über die Produkte bildet.

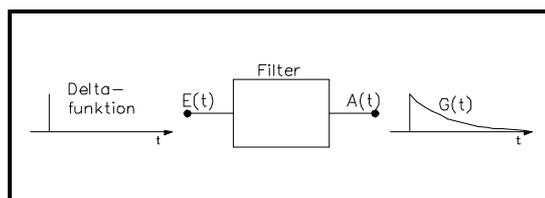


Abb. 10-7: Messung der Gewichtsfunktion

Die Gewichtsfunktion  $G(\tau)$  läßt sich meßtechnisch sehr einfach erfassen, indem das untersuchte Filter an seinem Eingang mit der Dirac'schen Deltafunktion angesteuert wird. Die Gewichtsfunktion "gleitet" nun über die Deltafunktion hinweg und mißt dabei punktweise deren Amplitude. Man erhält hiermit die Gewichtsfunktion als Ausgangssignal des Filters. In der Praxis verwendet man einen Impuls,

der kurz gegen die Zeitkonstanten des Filters ist und das Filter nicht übersteuert. Man verkleinert deswegen Impulslänge und Amplitude solange, bis sich die Form des Ausgangssignals nicht mehr ändert.

## X.5 Realisierung digitaler Filter

### a) FIR-Filter

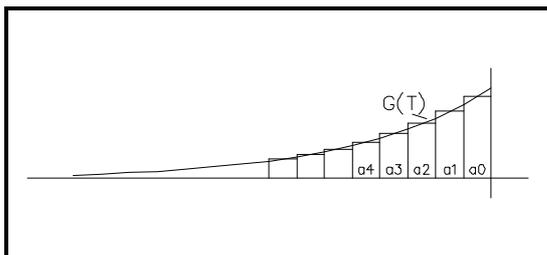


Abb. 10-9: Gewichtsfunktion im FIR-Filter

Ein digitales Filter ersetzt das Integral der Formel durch eine Summe von Werten des Eingangssignals und der Gewichtsfunktion in Zeitabständen  $T$ . Die Eingangsspannung wird periodisch in Digitalzahlen umgesetzt, die in ein Schieberegister hineingeschoben werden. An den Stufen dieses Registers erscheinen dann die Spannungswerte zu den um  $T$ ,  $2 \cdot T$ ,  $3 \cdot T$  zurückliegenden Zeitpunkten.

Die Gewichtsfunktion wird durch die

Koeffizienten  $a_0, a_1, ..$  wiedergegeben. Mit diesen Koeffizienten  $a_0, a_1, a_2, ..$  werden die Digitalzahlen im Schieberegister multipliziert und alle  $n$  Produkte addiert. Die resultierende Summe ist das Ausgangssignal  $A(t)$  des Filters, das am Ausgang des D/A-Konverters wieder in analoger Form erscheint. Das Faltungsintegral wird als Summe von Produkten der Eingangsspannungswerte mit der durch einen Treppenzug approximierten Gewichtsfunktion gebildet. Je kürzer die Gewichtsfunktion ist und je mehr Stufen das Filter hat, desto genauer ist die Auswertung. Man erreicht jedoch auch schon mit 1 oder 2 Stufen durchaus nützliche Filterfunktionen, da man ja nicht auf die aus der Analogtechnik bekannten Filter beschränkt ist.

Ein Momentanwert der Eingangsspannung durchläuft in der Zeit  $n \cdot T$  das  $n$ -stufige Schieberegister und fällt dann hinten heraus. Nach der Zeit  $n \cdot T$  hat ein Momentanwert der Eingangsspannung daher keinen Einfluß mehr auf das Ausgangssignal. Man nennt diese Art digitaler Filter deswegen FIR-Filter (Finite Impulse Response).

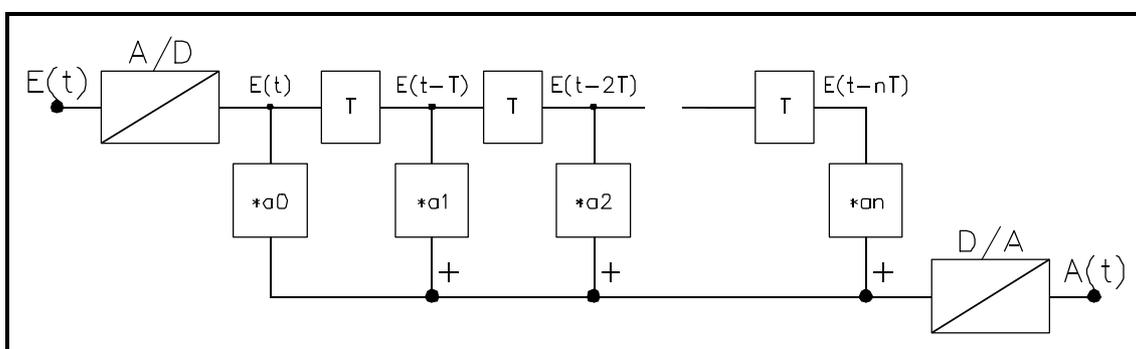


Abb. 10-10: Blockdiagramm eines FIR-Filters

b) Realisierung digitaler Filter

Speziell auf den Einsatz in digitalen Filtern zugeschnitten sind digitale Signalprozessoren (DSP), die extrem schnell multiplizieren und die Resultate akkumulieren können. Der erforderliche A/D- und D/A-Konverter ist auf dem Chip ebenso integriert wie der Programmspeicher, so daß der DSP völlig eigenständig arbeiten kann. Mit DSP ahmt man nicht analoge Filter als FIR-Filter nach, sondern hat spezielle, auf DSP zugeschnittene Filterfunktionen entwickelt. So kann man mit gegebener Stufenzahl den maximalen Effekt erzielen und Filter realisieren, die in analoger Technik praktisch unmöglich wären, z.B. eine Signalverzögerung.

c) Vorteile digitaler Filter:

- Realisierung und Änderung durch Programm des DSP
- Keinerlei Abgleich, absolute Langzeitstabilität
- Realisierung völlig neuartiger

## Filterfunktionen

- Verschieben der Filterkurve im Frequenzbereich durch Ändern der Taktfrequenz
- Optimales Phasenverhalten

d) Nachteile digitaler Filter:

- Quantisierungs- und Rundungsrauschen
- Sorgfältige Abschirmung der Digitalsignale erforderlich
- Filterwirkung reicht höchstens bis zur halben Taktfrequenz
- Teure digitale Hochgeschwindigkeits-Bauelemente
- Hoher Stromverbrauch
- Problematische Realisierung von Polen/Nullstellen weitab von der Taktfrequenz.

Ich danke meinem Kollegen Prof. Dr. Zollner für kritische Durchsicht dieses Kapitels und konstruktive Kritik.